

有關庫倫常數與單位的問題

蔡蘊明(2015/3/5)

由於上課提到庫倫力時有同學提到庫倫常數的疑問，而我僅簡單的回答那是單位的問題，事後我覺得或許應該再說得仔細一些，其實這牽涉到我在普化課程主要使用 SI 單位，突然用到 cgs 單位所造成。若以 SI 單位來看庫倫力時，其式子通常呈現如下：

$$F = K \frac{q^1 q^2}{r^2}$$

在此處 F 的單位為牛頓(N)， q 的單位為庫倫(C)， r 的單位為米(m)， K 則如下所示：

$$K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8.99 \times 10^9 \text{ Nm}^2 / \text{C}^2$$

其中的 ϵ_0 稱為 vacuum permittivity (真空介電係數)，是有單位的。

如果改用 cgs 單位，此時 F 的單位為達因(Dyne)， q 的單位為 esu， r 的單位為公分(cm)，因 K 的數值等於一，因此通常寫成：

$$F = \frac{q^1 q^2}{r^2}$$

此處電量的單位 esu，全名為 electrostatic unit (靜電單位)，與庫倫之間的關係為：

$$1 \text{ esu} = 3.34 \times 10^{-10} \text{ C}$$

依此，一顆電子的電量為：

$$1.60 \times 10^{-19} \text{ C} = 4.79 \times 10^{-10} \text{ esu}$$

現在看看我用波爾模型導出的能量關係式：

$$E = -\frac{Z^2 e^4 m}{2n^2 \hbar^2} = -\frac{2e^4 m \pi^2}{h^2} \left(\frac{Z^2}{n^2}\right)$$

此式乃用 cgs 單位導出的，因此除了電子的電量用 esu 的單位外，電子質量要用 $9.11 \times 10^{-28} \text{ g}$ 帶入， $\hbar$ 則要用 $6.626 \times 10^{-27} \text{ g}\cdot\text{cm}^2/\text{s}$ 帶入，此時算出的能量單位將為 $\text{g}\cdot\text{cm}^2/\text{s}^2$ 。

上述能量單位可轉回成焦耳(J)，其單位關係如下：

$$1 \text{ J} = 1 \text{ Kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}^2 = 10^7 \text{ g}\cdot\text{cm}^2/\text{s}^2$$

如此這般就可算出我在投影片上給的數值了。

然而必須強調，我的重點其實在於波爾模型的物理基礎，單位問題是實際計算才會碰到的，不是我在意的部份，因此沒有太計較，挑了形式較為簡單的式子來說明。只不過當我講到薛丁格方程式之解時又回到了 SI 單位，所以各位會發現有式子出現了真空介電係數(ϵ_0)，必須承認造成混淆，因此特別澄清。